Adaptation de maillage anisotrope - théorie et applications

T. Coupez[1], H. Digonnet [1], M. Bernacki[1], E. Hachem[1], L. Silva[1]

[1] *CEMEF - Ecole des Mines de Paris - UMR CNRS 7635*

BP 207 – 06904 Sophia Antipolis Cedex,

Résumé — L'adaptation de maillage anisotrope est une technique de mieux en mieux maîtrisée. Elle est basée sur l'estimation a posteriori, la construction de métrique et des opérations de modifications locales des maillages. La combinaison Level Set et adapation anisotrope permet des simulation jusque alors considérées infaisables. Quelques exemples sont présentés.

Mots clefs — estimation d'erreur, adaptation anisotrope, level set.

1 Adaptation anisotrope

Ces dernières années ont vu l'émergence du domaine de l'adaptation de maillage anisotrope avec des applications convaincantes. Les mailleurs non structurés adaptatifs, anisotropes, sont le plus souvent basés sur des modifications locales d'un maillage existant. Dans ce type d'approche mtc (référence de 90 à 2009) la construction de maillage anisotrope est relativement facile à mettre en œuvre et revient à modifier la façon de mesurer les longueurs suivant les directions d'espace. Il faut donc définir un champ de métrique afin de modifier les mesures géométriques. Dans le même temps les travaux sur l'estimation et le contrôle d'erreur a posteriori anisotrope ont conduit à une certaine standardisation du processus d'adaptation. C'est-à-dire, la production de métrique à partir d'une analyse a posteriori de l'erreur et le pilotage du remaillage par cette même métrique. Il s'en suit que la plupart des mailleurs adaptatif anisotropes prennent une carte de métrique en entrée. Pour des raisons d'efficacité cette carte doit être définie aux nœuds du maillage. En effet au cours des opérations de remaillage, les éléments sont beaucoup plus volatiles que les nœuds du maillage et par conséquent les champs définis de façon continue aux nœuds posent moins de problème de construction et d'interpolation ou d'extrapolation

2 Métrique et tenseur des distribution de longueurs

D'un point de vue théorique, un champ de métrique constitue un moyen simple d'approcher un espace Riemanien, c'est-à-dire un espace dans lequel la mesure des longueurs varie en chaque point. Un élément plat (P1) peut être considéré comme une représentation d'un espace métrique euclidien de l'espace tangent sous jacent. En effet la métrique associée à la transformation naturelle de l'élément est constante sur toute la portion d'espace porté par l'élément. Il s'en suit que la représentation de l'espace par le champ de métriques élémentaires est dans une certaine mesure exacte.

Dès que l'on définit les métriques aux nœuds du maillage, on suppose plus profondément une interpolation de la métrique associée à l'espace Riemanien sous jacent et se pose alors son extrapolation en tout point du domaine. Ceci est d'une façon ou d'une autre inclus dans les mailleurs utilisant une métrique aux nœuds. On montre dans ce travail que la construction peut se faire de façon ponctuelle. Pour cela on introduit une notion statistique, la fonction de distribution de longueur en un point. On applique cette idée en considérant le champ d'arêtes concourantes en un nœuds et on introduit une représentation approchée : le tenseur des distribution de longueurs. L'inverse de ce tenseur donne une métrique et sa définition ne repose que sur la longueur des arêtes du maillage.

3 Estimation d’erreur par arêtes

La seconde partie de ce papier est consacrée à l’analyse de l’erreur d’interpolation le long des arêtes du maillage. On constate qu’il est possible de se concentrer uniquement sur le comportement de la solution le long de l’arête et dans le sens de l’arrête. L’analyse est alors unidimensionnelle en toute dimension. Ceci permet de recalculer une distribution de longueur et de produire une métrique par la représentation tensorielle de la fonction de distribution.

Ce papier établit un paradigme théorique qui paraît original et facile à mettre en œuvre. On utilise notre analyse dans un cadre d’adaptation sous la contrainte d’un nombre de nœuds fixé, avec l’avantage à ce stade d’éviter de donner des constantes de proportionnalité précises, d’une part, et de fournir une approche très opérationnelle pour les applications d’autre part.

4 Application : approche eulérienne en grandes déformations

On choisit comme exemples d’application la représentation implicite de géométries : la surface d’objet immergé et la capture de surface libre par une méthode Level Set. Pour cela on se place dans un cadre Eulérien et dans lequel les simulations proposées sont infaisables sans adaptation de maillage. Dans ce cadre abstrait, le maillage ne sert que de support de calcul et non plus à représenter les différents domaines. On montre que l’on retrouve la précision apparente d’une description Lagrangienne mais avec toute la généralité et la souplesse d’une approche Eulérienne. Des exemples seront données dans le domaine de la mise ne forme des matériaux, des grandes déformations et de l’impact.

Références

[1] P. Auteur, D. Auteur, T. Auteur. *Titre de l'article*, Revue, Éditeur, page1-pageN, Année.

[2] T. Coupez. *Metric construction by length distribution tensor and edge based error foranisotropic adaptive meshing,* submitted to J. Comp. Phys., 2010.

[3] C. Gruau, T. Coupez. *3D tetrahedral, unstructured and anisotropic mesh generation with adaptation to natural and multidomain metric*. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg., 194(48-49):4951-4976, 2005.

[4] T. Coupez, *Génération de maillages et adaptation de maillages par optimisation locale*. Revue Européenne des Eléments finis, 9 :403-423,2000.